TEMA 2

9 (nueve)

EXAMEN INTEGRADOR FÍSICA II **7 DE FEBRERO DE 2019**

Nombre y Apellido:

Cuatrimestre y año: 1er C 2018 **Padrón:** **Física II A / B / 82.02** (marcar lo que corresponda)

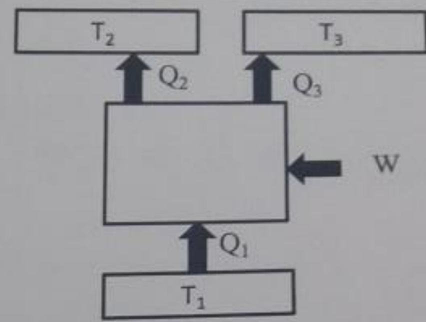
e-mail **JTP:** Binda, Leonardo **Profesor:** Perez, Liliana

Justificar cada una de las respuestas. $\varepsilon_0 = 8.85\ 10^{-12}$ **C²/m²N,** $\mu_0=4\pi 10^{-7}$ **Tm/A,** $R=8.32$ **Pa.m³/mol.K**

HACER LOS PROBLEMAS EN HOJAS SEPARADAS

Problema 1 (solo Física II A y 82.02): La máquina de la figura recibe un trabajo W para poder absorber 4000J de calor de una heladera y mantenerla a 7°C. La máquina entrega calor a dos fuentes: 3000 J a una fuente a 727 °C y 5000J a otra a 162 °C.

a) Demostrar que esta máquina podría funcionar a través de la Desigualdad de Clausius.
b) Calcule la eficiencia o rendimiento (según corresponda). Discuta si sería deseable mejorar este valor y, en ese caso, cómo podría hacerlo.
c) ¿Debería hacer algún o algunos cambios para poder usarla como un motor? Discuta.



Problema 1 (solo Física II B)

a) A partir de la Ley de Gauss generalizada, deduzca la relación entre las componentes de los campos eléctricos a un lado y a otro de una interfaz formada por vacío y un medio dieléctrico de permitividad ε. Suponga que la interfaz tiene cargas libres distribuidas sobre la misma.

b) A partir de la Ley de Faraday para campos electrostáticos, deduzca la relación entre las componentes de los campos eléctricos a un lado y a otro de una interfaz formada por vacío y un medio dieléctrico de permitividad ε. *Suponga que la interfaz tiene cargas libres distribuidas sobre la misma.*

c) *A partir de lo obtenido en a), determine con cuántos nC está cargada la placa conductora de un capacitor plano de área A=20cm² y separación entre placas d=2mm,* sabiendo que la diferencia de potencial entre sus placas es de *10V y que el espacio entre placas está lleno* de un material de permitividad relativa igual a 40. Justifique las aproximaciones realizadas.

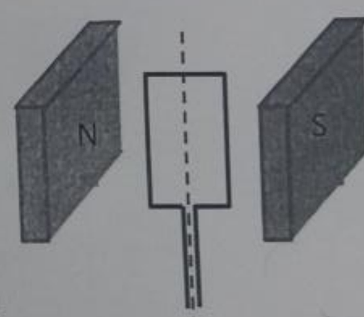
Problema 2: Un capacitor de capacidad C, descargado inicialmente, se pone a cargar con una batería de tensión V_0 a través de una resistencia R. Determine:

a) cómo varía la carga del capacitor en función de tiempo. Grafique y discuta.
b) cómo varía la corriente del circuito en función del tiempo. Grafique y discuta.
c) la energía disipada en la resistencia y la energía almacenada en el capacitor durante la carga del capacitor. Relacione con la potencia entregada por la batería.

Problema 3: Una espira rectangular de lados a y b, que puede girar libremente alrededor del eje que pasa por su centro, está ubicada en una zona de campo magnético uniforme generado por un imán permanente. Explique detalladamente

a) cómo utilizar este dispositivo para generar corriente alterna sinusoidal de frecuencia f
b) cómo debe utilizar este dispositivo para usarlo como un motor.

En ambos casos establezca cuáles son los principios básicos de la Electricidad y Magnetismo para explicar su funcionamiento.



Problema 4: Se hace circular una corriente I por toroide de sección cuadrada, de radio interno igual a 30cm y radio externo igual a 32 cm. que tiene N vueltas de alambre conductor arrollado. El toroide tiene un entrehierro de espesor e=2mm.Luego se corta la corriente. Determinar, explicando y justificando, los vectores $\vec{B}$, $\vec{H}$ y $\vec{M}$ en todo el espacio después de cortar la corriente si el toroide

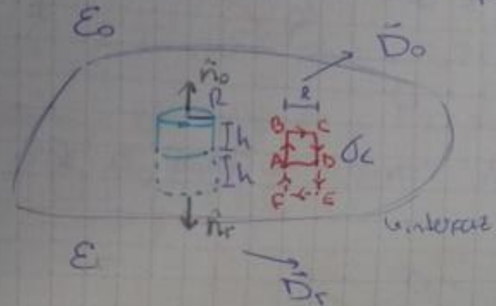
a) está fabricado con un material paramagnético.
b) está fabricado con un material ferromagnético duro.

En ambos casos haga un esquema de los vectores magnéticos en el toroide y un gráfico de la densidad de magnetización M como función de la corriente aplicada I

1) a. La ley de Gauss generalizada es

$$\Phi_e = \oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{L\,enc\,por\,S}$$

Si se tiene una interfaz como la mostrada en la figura



Tomando una superficie gaussiana como la indicada, donde $h \to 0$, puedo aplicar la ley de Gauss generalizada, obteniendo que:

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iint_{Lat_0} \vec{D} \cdot d\vec{S}_{lat_0} + \iint_{Lat_r} \vec{D} \cdot d\vec{S}_{lat_r} + \iint_{T_0} \vec{D} \cdot d\vec{S}_{T_0} + \iint_{T_r} \vec{D} \cdot d\vec{S}_{T_r}$$

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \cancel{D_{tg_0} 2\pi R h}^{\,0} + \cancel{D_{tg_r} 2\pi R h}^{\,0} + D\hat{n}_0 \,\pi R^2 + D\hat{n}_r \,\pi R^2 \quad ①$$

↳ como $h \to 0$, aproximo

Luego, analizo la otra parte de la igualdad

$$Q_{L\,enc\,x\,S} = \sigma_L \,\pi R^2 \quad ②$$

Entonces, igualando ① y ②, obtengo:

$$D_0 \hat{n}_0 \,\pi \cancel{R^2} + D_r \hat{n}_r \,\pi \cancel{R^2} = \sigma_L \,\pi \cancel{R^2}$$

Como además, observo que $\hat{n}_0 = -\hat{n}_r = \hat{n}$

$$(D_r + D_0)\hat{n} = \sigma_L$$

Como se supone que el medio dieléctrico es lineal, isótropo y homogeneo, vale la relación

$\vec{D}_r = \varepsilon \vec{E}_r$ y para el vacío $\rightsquigarrow$ $\vec{D}_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_0$

Reemplazando

$$(\varepsilon_r \varepsilon_0 |\vec{E}_r| + \varepsilon_0 |\vec{E}_0|)\,\hat{n} = \sigma_L$$

$$\boxed{(\varepsilon_r \overline{E_r} + \overline{E_0})\,\hat{n} = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_0}}$$

Incompleto

b. La ley de Faraday dice que:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d}{dt} \oint\!\!\oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$ como se supone a los

campos electrostáticos, obtengo que: $\oint \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0$
Ya que no hay variaciones del campo magnético en función del tiempo.
Tomo la curva indicada en el gráfico del punto (a).

$$\oint \bar{E}\, d\bar{l} = \int_A^B E_0 \cancel{\hat{n}}\, dl\, \hat{n} + \int_B^C E_{0\,tan}\, \hat{t} \cdot dl\, \hat{t} + \int_C^D \cancel{E_0 \hat{n} \cdot dl(-\hat{n})} + \int_D^E \cancel{E_r \hat{n}\, dl\, \hat{n}} +$$
$$\int_E^F E_{r\,tan}\, \hat{t} \cdot dl(-\hat{t}) + \int_F^G E_r\, \hat{n}\, \cancel{dl(-\hat{n})} = 0$$

Observo que los términos del campo normal a la interfaz se cancelan entre sí.

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{l} = E_{0\,tang}\, l - E_{r\,tang}\, l = 0$$
$$\hookrightarrow \boxed{E_{0\,tang} = E_{r\,tang}}$$

El campo eléctrico tangencial, se conserva en la interfaz

(c) Si se tiene un capacitor de placas plano paralelas del tipo:

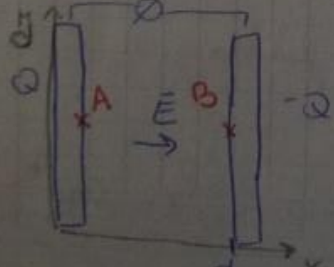
Como se puede observar que el área de las placas es mucho mayor que la distancia entre ellas (A>>d), si se toma el campo eléctrico en un punto interno del capacitor, lejos de los bordes, pueden considerarse estas placas infinitas y despreciarse los efectos de borde producidos.
Como se trata de una placa conductora, al calcular el campo eléctrico con lo obtenido en (a)

$$(\varepsilon_r E_r + E_0)\, \hat{n} = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_0} \quad \text{, siendo } \vec{E}_0 = \vec{E}_C = 0$$

↳ por definición de conductor

Se encuentra entonces que:

$\vec{E} = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_r \varepsilon_0}\, \hat{n}$ esta dirección $\hat{n}$ es la perpendicular a la placa. Se obtiene un resultado independiente de la posición con respecto a la placa.



Como se trata de placas conductoras (equipotenciales), puedo calcular la diferencia de potencial desde cualquier posición de estas

Por definición: $\Delta V = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $[\Delta V]: V = \frac{N}{C} \cdot m$

$$\Delta V = \int_0^d \frac{\sigma_L}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \hat{x} \, dx \, \hat{x} = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} d$$

Si $\Delta V = 10\,V \Rightarrow \sigma_L = \frac{\Delta V \varepsilon_0 \varepsilon_r}{d} = \frac{10V \cdot 8{,}85 \times 10^{-12}\, C^2/m^2N \cdot 40}{0{,}002\,m}$

$\sigma_L = 1{,}77 \times 10^{-6}\, C/m^2 = 1{,}77\, \mu C/m^2$

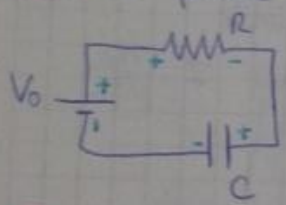
mal

Como $Q = \sigma_L \cdot A = 1{,}77\, \mu C/m^2 \cdot 0{,}2\, m^2 = 3{,}54 \times 10^{-7}\, C$

$\boxed{Q = 354\, nC}$

Ojo la cuenta $20\, cm^2 = 20\, (10^{-2} m)^2$

② Se posee el siguiente circuito



Se sabe que el capacitor se encuentra inicialmente descargado, es decir:

$Q_0 = 0 \cdot Q(t=0)$

ⓐ Si tomo una malla por ley de kirchoff en el circuito, obtengo que:

$V_0 - V_R(t) - V_C(t) = 0$ → ya que la corriente varía con el tiempo

$V_0 = i(t)R + \frac{Q(t)}{C}$

Como la corriente está definida como: $I = \frac{dq}{dt}$ ⇒

$V_0 = \frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C}$ ⇝ Resuelvo

$\frac{\left[V_0 - \frac{Q}{C}\right]}{R} = \frac{dQ}{dt}$ ⇝ $dt = dQ\frac{R}{\left[V_0 - \frac{Q}{C}\right]}$

$\int_0^t dt = \int_0^{Q(t)} \frac{R}{\left[V_0 - \frac{Q}{C}\right]} dQ$ ⇝ $t = \int \frac{-R}{\omega} d\omega = -R\ln(\omega)\Big|$

↳ realizando un cambio de variables: $\omega = V_0 - \frac{Q}{C}$ $d\omega = -dQ$

Reemplazando:

$t = -R\ln\left[V_0 - \frac{Q}{C}\right]\Big|_0^{Q(t)}$ ⇝ $t = -R\left[\ln\left[V_0 - \frac{Q(t)}{C}\right] - \ln[V_0]\right]$

$t = -R\ln\left[\frac{V_0 - Q(t)/C}{V_0}\right]$ ⇝ $-t/R = \ln\left[\frac{V_0 - \frac{Q(t)}{C}}{V_0}\right]$

$V_0 e^{-t/R} = V_0 - \frac{Q(t)}{C}$ ⇝ $\frac{Q(t)}{C} = V_0 - V_0 e^{-t/R}$

$$\boxed{Q(t) = CV_0\left[1 - e^{-t/R}\right]}$$

Si $t = R \Rightarrow Q(t) = 0{,}63\,CV_0$

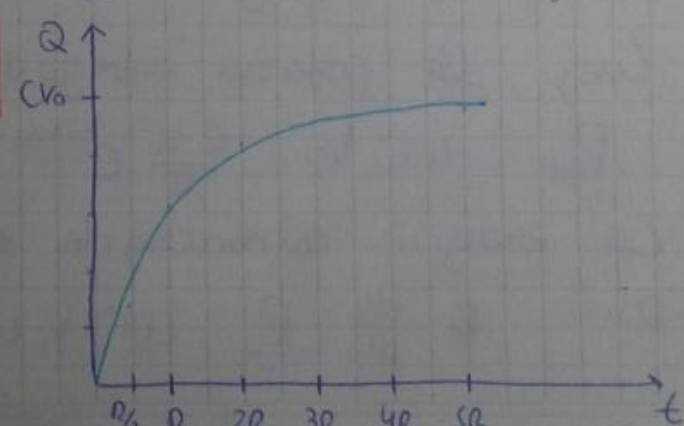
Si $t = 2R \Rightarrow Q(t) = 0{,}86\,CV_0$

Si $t = 4R \Rightarrow Q(t) = 0{,}98\,CV_0$

Si $t = 5R \Rightarrow Q(t) = 0{,}99\,CV_0$

$t = 3R \Rightarrow Q(t) = 0{,}95\,CV_0$

$t = R/2 \Rightarrow Q(t) = 0{,}39\,CV_0$



Profesor: ...

Puedo observar que la carga aumenta con el tiempo como es esperado, inversamente a una exponencial. Llega un punto que se carga lentamente en función del tiempo, pero inicialmente se carga rápidamente.

(b) Como la corriente está definida como: $I = \frac{dq}{dt}$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \rightarrow i(t) = \frac{d}{dt}\left[CV_0\left[1 - e^{-t/R}\right]\right]$$

$$i(t) = -CV_0 \cdot -\frac{1}{R} e^{-t/R} = \frac{CV_0}{R} e^{-t/R}$$

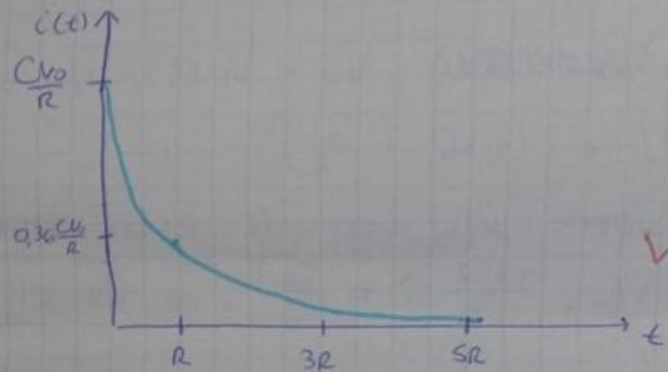
$$\boxed{i(t) = \frac{CV_0}{R} e^{-t/R}}$$

$t = 0 \rightarrow i(t) = \frac{CV_0}{R}$

$t = R \rightarrow i(t) = 0{,}37 \frac{CV_0}{R}$

$t = 3R \rightarrow i(t) = 0{,}05 \frac{CV_0}{R}$

$t = 5R \rightarrow i(t) = 0{,}007 \frac{CV_0}{R}$



Observo que la corriente inicialmente es máxima al conectar la batería, pero luego esta decae rápidamente mientras se carga el capacitor. Hasta ser casi nula cuando el capacitor está casi totalmente cargado.

(c) P_{disp_R} = potencia disipada en la resistencia

$$\frac{dU}{dt} = P_{disp_R} = i(t)V_R(t) = i^2(t)R = \frac{C^2V_0^2}{R^2} R\, e^{-t2/R}$$

$$\int_{U_i}^{U_f} dU = \int_0^t \frac{C^2V_0^2}{R} e^{-t2/R}\, dt \rightarrow \Delta U = \frac{C^2V_0^2}{R} \cdot -\frac{R}{2}\left[e^{-t2/R} - 1\right]$$

$$\Delta U_{disp_R} = -\frac{C^2V_0^2}{2}\left[e^{-t2/R} - 1\right] > 0$$

$t \rightarrow \infty \quad \frac{1}{2} CV_0^2$

Luego, la potencia entregada por la batería es

$$P_{entr} = i(t)\, V_0 = \frac{CV_0^2}{R} e^{-2t/R}$$

La energía almacenada en el capacitor está dada por:

$$\frac{dU}{dt} = P_c = i(t)\, V_c(t) = i(t) \frac{Q(t)}{C}$$

$$P = \frac{\frac{CV_0}{R} e^{-t/R} \left[CV_0 (1 - e^{-t/R}) \right]}{C} = \frac{CV_0^2}{R} \left(e^{-t/R} - e^{-2t/R} \right)$$

$$\Delta U_C = \frac{CV_0^2}{R} \left[\int_0^t e^{-t/R} dt - \int_0^t e^{-2t/R} dt \right]$$

$$\Delta U_C = \frac{CV_0^2}{R} \left[-R \left(e^{-t/R} - 1 \right) + \frac{R}{2} \left(e^{-2t/R} - 1 \right) \right]$$

$$\Delta U_C = CV_0^2 \left[\frac{(e^{-2t/R} - 1)}{2} - (e^{-t/R} - 1) \right] > 0 \qquad \int_0^\infty \quad \frac{1}{2} CV^2$$

Observo que a medida que pasa el tiempo, la energía disipada por la resistencia disminuye, ya que, hasta $t = R/2$, la energía disipada aumenta, luego, esta comienza a disminuir. Para el capacitor, la energía almacenada es siempre positiva ~~pero~~ y va ~~[illegible]~~ aumentando a medida que aumenta t

La potencia entregada por la batería debe ser:

$$P_{entregada} = P_{dip_R} + P_{cap} \quad , \text{ ya que } \sum P_i = 0$$

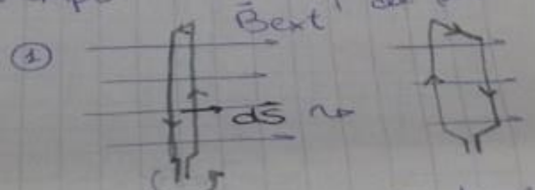
Y como la única potencia entregada es por la batería, las otras son disipadas ~~[illegible]~~ El C ~~[illegible]~~ acumula.

Falta redondear

③ Se tiene una espira rectangular que puede girar dentro de un campo magnético

ⓐ Si se requiere generar una corriente alterna, como la espira posee libre rotación, puede transformarse energía mecánica en energía eléctrica (principio de un generador)
Si se rota la espira que se halla en un campo magnético se está variando el flujo magnético, ya que, va variando la superficie de la espira en el tiempo

$\Phi_m = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$
↳ de la espira



En el caso presentado en la figura ① el flujo es máximo, ya que la dirección del campo es paralela al ~~la~~ diferencial de superficie de la espira. En este caso $\varphi = 0$ y el ~~campo~~ flujo está dado por:

$\iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B}\, a\, b$ ⇝ para que esto suceda, y como el área varía con $\varphi \Rightarrow \Phi_m = B\,ab\cos\varphi$
Por lo tanto, defino $\varphi = \omega t$, siendo $t_i = 0$.
⇒ La fem (fuerza electromotriz) inducida por esta variación del flujo es

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = Bab\,\frac{-d}{dt}\left[\cos\omega t\right] = Bab\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

Esta fem, creará una corriente tal que genere un campo magnético $\vec{B}ind$ que contrarreste la variación del campo externo, intentando que el flujo se mantenga constante

Se obtiene entonces una corriente que varía con el tiempo (alterna) de frecuencia $f = \frac{\omega}{2\pi}$, rotando la espira (se requiere si o si de la espira para que genere la corriente → por donde circula)

B

(b) Si se desea utilizar al dispositivo como un motor, se debe hacer pasar una corriente por la espira, de forma que el momento magnético genere una rotación en la misma y se obtenga energía mecánica a partir de energía eléctrica.

Como $\vec{m} = I A \hat{n} \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$

Independientemente de donde se tome el torque si la sumatoria de las fuerzas es nula ($\sum \vec{F} = 0$). mal escrito.

Si $\vec{m}$ no está alineado con el campo, se genera un torque que trata de alinearlo y, de esta forma, se produce una rotación de la espira. Esta misma

rotación es la energía mecánica que luego genera el motor.

Falta decir que es $F_{Lorentz}$

4) Se posee un toroide ~~[tachado]~~, cuyo radio medio $R_m = 31$ cm

↳ puedo realizar esta aproximación ya que el mismo es muy angosto
Posee un entrehierro $e = 0{,}002$ m

Tomo arbitrariamente un sentido para la corriente Io.

a. Fuera del toroide y del entrehierro no hay campo magnético, ya que, el mismo se genera con la corriente Io y circula dentro del toroide.

Observo la dirección del campo a partir de la ley de Biot y Savart

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \, d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

Como $d\vec{l} = dz \cdot \hat{z}$ y $(\vec{r} - \vec{r}')$ es en el versor $\hat{r}$

Observo que el campo generado va a poseer dirección $\hat{\varphi}$

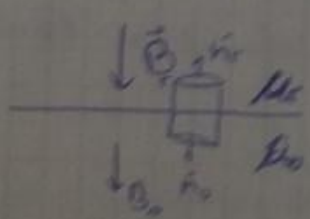
Y como están relacionados $\vec{B}$, $\vec{M}$ y $\vec{H}$ mediante

$\vec{B} = \mu_0 (\vec{M} + \vec{H})$, observo que los tres ~~[tachado]~~ campos poseen la misma dirección (no necesariamente el mismo sentido)

~~[tachado]~~

Observo que el campo magnético se conserva en el entrehierro, ya que

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ ⇝ ya que no hay monopolos magnéticos, y las curvas de $\vec{B}$ son cerradas



$$\oint \vec{B}_r \cdot \underbrace{d\vec{S}_r}_{\pi R^2} + \oint \vec{B}_0 \cdot \underbrace{d\vec{S}_0}_{\pi R^2} = 0$$

$-B_r (\pi R^2) + B_0 (\pi R^2) = 0$

$$\leadsto \boxed{B_r = B_0}$$

El campo magnético $\vec{B}$ posee la misma dirección y sentido en el material y en el entrehierro

Observo que sucede con $\vec{H}$

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_r = 0$ no porque no hay corriente

$\vec{H}_m (2\pi R_m - e) + \vec{H}_e \, e = 0$

Como $B_m = B_e$ y en el entrehierro hay vacío, se cumple: $B_e = \mu_0 H_e$

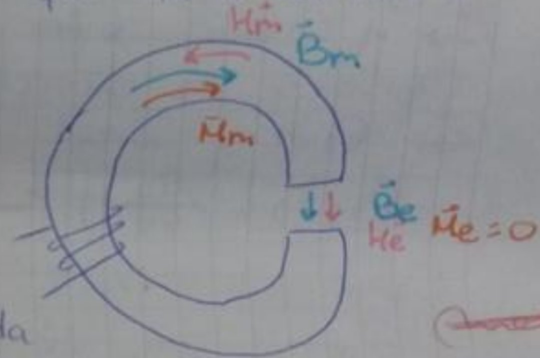
$H_m = \mu_0 \mu_r \not= B_m = B_e \Rightarrow B = 0$

$$\vec{H}_m = \frac{-\vec{H}_e \, e}{(2\pi R_m - e)}$$ y $2\pi R_m > e \Rightarrow \vec{H}_m$ tiene dirección contraria a la del entrehierro, se dice que $\vec{H}_m$ se da vuelta al no circular corriente

Para que se cumpla que:

$\vec{B}_m = \mu_0(\vec{H}_m + \vec{M}_m)$ $\quad B = H = M = 0$ cuando $I = 0$

↳ $\vec{M}_m$ debe tener la misma dirección que $\vec{B}_m$



cual

Y como no hay material que pueda magnetizarse en el entrehierro, $\vec{M}_e = 0$.

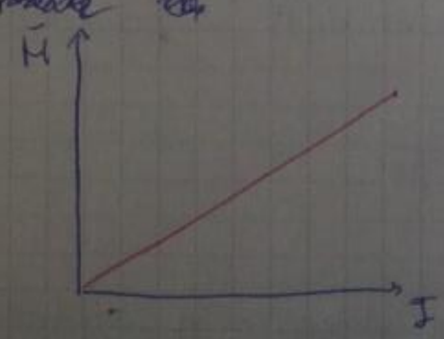
↳ Mal! → ferromagnético ↳ sigue en la otra

(b) Si el material se trata de un ferromagnético, al quitar la corriente, el mismo queda con un $\vec{B}_{remanente}$, generando así un imán

Y no se cumple la relación lineal $\vec{B} = \mu \vec{H}$

Como el vector $\vec{M} = N \cdot I \cdot A \, \hat{n}$
↳ sección

El mismo aumenta linealmente con la corriente



Esto es una contradicción

Mezcla para ferromagnético

Para un material ferromagnético, se tiene que el mismo sigue un ciclo de histéresis

Al quitar la corriente
Por lo tanto, el campo no es nulo al quitar la corriente, sino que posee un campo remanente y se obtiene el caso estudiado anteriormente en ⓐ

ⓐ Para un material paramagnético (el cual $\bar{m}$ se alinea en sentido contrario al campo y este por ende aumenta) se tiene que, como $\bar{B}$ depende directamente de la corriente, ya que si utilizo la ley de Ampere

$$\oint \bar{H}\cdot d\bar{\ell} = I_r$$

↳ considero que hay corriente

$$\bar{H}_m\,(2\pi R_m - e) + \bar{H}_e\, e = i_r$$

$$\frac{\bar{B}_m}{\mu_0\mu_r}(2\pi R_m - e) + \frac{\bar{B}_m}{\mu_0}\, e = i_r$$

$$\hookrightarrow \bar{B}_m = \frac{i_r\,\mu_0}{\left[\frac{(2\pi R_m - e)}{\mu_r} + e\right]}\,\hat{\varphi}$$

Si $i_r = 0 \Rightarrow \bar{B}_m = 0$ y $\bar{B}_m = \mu_0\mu_r\,\bar{H}_m \Rightarrow \bar{H}_m = 0$

↳ por ser material lineal, isótropo y homogéneo

y se obtiene el mismo resultado para $\bar{M}$.

Por lo tanto, no hay campos magnéticos si $i_r = 0$ en un material LIH. ✓

$$\frac{\bar{B}_m}{\mu_0} - \bar{H}_m = \bar{M}_m = \frac{\bar{B}_m}{\mu_0}\left[1 - \frac{1}{\mu_r}\right] = \frac{i_r\,\left[1 - \frac{1}{\mu_r}\right]}{\left[\frac{(2\pi R_m - e)}{\mu_r} + e\right]}$$

Observo nuevamente que aumenta linealmente con la corriente.

Ahora "arregla" las contradicciones